

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)

CURSO 2008-09

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
EXAMEN MODELO

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la matriz dependiente del parámetro real k :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & k \\ k & 1 & k \end{pmatrix}.$$

- Determinense los valores de k para los cuales A tiene inversa.
- Para $k = 2$, calcúlese (si existe) A^{-1} .
- Para $k = 1$, calcúlese $(A - 2A^T)^2$.

Nota.— La notación A^T representa a la matriz transpuesta de A .

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx \quad ; \quad a, b \in \mathbf{R}.$$

- ¿Qué valores deben tomar a y b para que f tenga un máximo relativo en el punto $P(1, 4)$?
- Para $a = -2$, $b = -8$, determinense los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coordenadas y determinense los puntos de inflexión de dicha gráfica.
- Para $a = -2$, $b = -8$, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX .

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Calcúlese la probabilidad de cada uno de los sucesos siguientes:

- Obtener dos caras y una cruz en el lanzamiento de tres monedas equilibradas e indistinguibles.
- Obtener una suma de puntos igual a seis o siete en el lanzamiento de dos dados de seis caras equilibrados e indistinguibles.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que el peso de los niños recién nacidos en una cierta región es una variable aleatoria con distribución normal de media 3,25 kg y desviación típica 0,8 kg. Se elige aleatoriamente una muestra de 64 recién nacidos en esa región. Sea \bar{X} la media muestral de los pesos observados.

- ¿Cuáles son la media y la desviación típica de \bar{X} ?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el peso medio de la muestra esté comprendido entre 3,3 kg y 3,5 kg?

Principales conceptos que se tendrán en cuenta en la elaboración de las Pruebas de Acceso a la Universidad LOGSE de la materia "Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II"

Curso 2008-09

1 Álgebra.

- Utilización de matrices como forma de representación de situaciones de contexto real.
- Transposición, suma, producto de matrices y producto de matrices por números reales.
- Concepto de inversa de una matriz. Obtención de la inversa de matrices de órdenes dos y tres.
- Determinantes de órdenes dos y tres.
- Resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones matriciales sencillos.
- Método de Gauss para la discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos o tres incógnitas.
- Discusión de sistemas lineales dependientes de un parámetro.
- Interpretación y resolución gráfica de inecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Iniciación a la programación lineal bidimensional. Región factible. Solución óptima.
- Aplicación de la programación lineal a la resolución de problemas de contexto real con dos variables. Interpretación de la solución obtenida.

2 Análisis.

- Límite y continuidad de una función en un punto.
- Límites laterales. Ramas infinitas.
- Continuidad de funciones definidas a trozos.

- Determinación de asíntotas de funciones racionales.
- Derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica.
- Relación entre continuidad y derivabilidad.
- Derivación de funciones polinómicas, exponenciales y logarítmicas. Reglas de derivación: sumas, productos y cocientes. Aplicaciones:
 - Cálculo de la tasa de variación instantánea.
 - Obtención de la ecuación de la recta tangente a una curva en un punto de la misma.
 - Cálculo de la velocidad de evolución de un fenómeno de contexto real.
 - Obtención de extremos relativos, puntos de inflexión e intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función.
 - Resolución de problemas de optimización.
- Estudio y representación gráfica de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas sencillas a partir de sus propiedades globales y locales.
- Obtención de la expresión analítica de una función a partir de diversos datos sobre la misma.
- Integrales indefinidas. Propiedades elementales. Cálculo de integrales indefinidas inmediatas o reducibles a inmediatas.
- Integrales definidas de funciones polinómicas, exponenciales y racionales inmediatas mediante la aplicación de la regla de Barrow.
- Aplicación de la integral definida al cálculo de áreas planas.

3 Estadística y probabilidad.

- Experimentos aleatorios. Concepto de espacio muestral y de suceso elemental.
- Operaciones con sucesos. Leyes de Morgan.
- Definición de probabilidad. Probabilidad de la unión, intersección, diferencia de sucesos y suceso contrario.
- Regla de Laplace de asignación de probabilidades.

- Probabilidad condicionada. Teorema del Producto, Teorema de la Probabilidad Total y Teorema de Bayes.
- Concepto de población y muestra.
- Muestreo. Tipos de muestreo.
- Parámetros poblacionales y estadísticos muestrales. Distribución muestral de las medias.
- Estimación por intervalos de confianza para la media. Nivel de confianza. Error de estimación y tamaño de la muestra.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Un hotel adquirió un total de 200 unidades entre almohadas, mantas y edredones, gastando para ello un total de 7500 euros. El precio de una almohada es de 16 euros, el de una manta 50 euros y el de un edredón 80 euros. Además, el número de almohadas compradas es igual al número de mantas más el número de edredones. ¿Cuántas almohadas, mantas y edredones ha comprado el hotel?

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 2 \\ x + a & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \\ -x^2 + 5x + b & \text{si } x > 5 \end{cases} \quad (a, b \in \mathbf{R}).$$

- Calcúlense los valores de a y b para que f sea continua en $x = 2$ y en $x = 5$.
- Para $a = 1$, $b = 6$, calcúlense las derivadas $f'(1)$ y $f'(7)$.
- Para $a = 1$, $b = 6$, calcúlese la integral definida $\int_3^6 f(x) dx$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La probabilidad de que un vehículo de una cierta compañía de coches tenga un accidente es igual a 0,2. Si uno de los vehículos sufre un accidente, la probabilidad de que necesite la asistencia de una grúa es igual a 0,85. Por otra parte, la probabilidad de que uno de los vehículos necesite la asistencia de una grúa sin haber tenido un accidente es igual a 0,1.

- Si se elige al azar un vehículo de dicha compañía, ¿cuál es la probabilidad de que necesite la asistencia de una grúa?
- Si el vehículo elegido ha necesitado la asistencia de una grúa, ¿cuál es la probabilidad de que no haya sido por causa de un accidente?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se han elegido al azar 10 televisores de un taller de electrónica y se ha anotado el número de horas que se han necesitado para su reparación. Los resultados han sido:

7 ; 5 ; 8 ; 2 ; 4 ; 7 ; 4 ; 1 ; 6 ; 6

Se supone que el número de horas de reparación de este tipo de televisores es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 1,5 horas.

- Determinése un intervalo de confianza del 90% para el tiempo medio de reparación.
- ¿Qué tamaño debe tener una muestra para que el error máximo de la estimación sea de 0,5 horas con el mismo nivel de confianza?

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

ATENCIÓN.– La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.– Por cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 2.– Por cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 3.– Por cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 4.– Por cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.– Planteamiento correcto del sistema de ecuaciones: 1,5 puntos.– Resolución correcta de dicho sistema: 1,5 puntos.

Ejercicio 2.– Por cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 3.– Por cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 4.– Por cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

NOTA

La resolución de ejercicios por cualquier procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.